

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Prova completa/parziale di Matematica Generale (CdL. EF)**  
**Dott. Giovanni Masala – 25 gennaio 2017**



**Domanda 1 (punti 2).**

Determinare l'insieme di definizione, la positività e l'intersezione con gli assi della funzione:

$$f(x) = \sqrt{\frac{x+3}{4-x}} \cdot \log(16-x^2)$$

Dominio	$E = [-3, 4)$
Positività	$P = (-3, \sqrt{15})$
Intersezioni	$A(-3;0) \quad B(\sqrt{15};0) \quad C(0; \sqrt{3} \cdot \log 4)$

**Domanda 2 (punti 3).**

Studiare la crescita e gli estremi relativi della funzione:  $f(x) = 2x^2 \cdot e^{3-x^2}$

Derivata prima	$f' = 4e^{3-x^2} \cdot x \cdot (1-x^2) \quad E = \mathbb{R}$
Estremi	$M(\pm 1; 2e^2) \quad m(0;0)$ decresce in $(-1,0) \cup (1,+\infty)$

**Domanda 3 (punti 3).**

Studiare la concavità e i flessi della funzione:  $f(x) = \log(x^2 + 4x + 8)$

Derivata prima	$f' = \frac{2x+4}{x^2+4x+8} \quad E = \mathbb{R}$
Derivata seconda	$f'' = \frac{-2x \cdot (x+4)}{(x^2+4x+8)^2}$
Insieme di convessità Flessi	$F_1(-4; \log 8); \quad F_2(0; \log 8)$ convessa in $(-4, 0)$

**Domanda 4 (punti 2).**

Determinare gli asintoti della funzione:

$$f(x) = \frac{\sqrt{4x^4 + x^2 + 2}}{x^2 - 5x + 6}$$

Dominio	$E = \mathbb{R} / \{2, 3\}$
As. verticali	$x = 2, x = 3$
As. obliqui oppure orizzontali	$y = 2$

**Domande teoriche**

- 1) Il teorema di Lagrange con esempio e significato grafico (punti 4)
- 2) Classificazione dei punti di discontinuità (punti 3)
- 3) La definizione di limite e legame con gli asintoti orizzontali (punti 3)

Nome:	Cognome:	Matricola:
-------	----------	------------

Tipologia compito:

**Domanda 5 (punti 3, 6\*).**

Risolvere i seguenti integrali (per sostituzione e per parti, rispettivamente):



$$\int_0^2 \left( -2x^5 + \frac{2x+3}{4x+8} \right) dx \quad \text{e} \quad \int x^2 \cdot e^{4x+1} dx$$

Integrale definito	primitiva: $\frac{-x^6}{3} + \frac{1}{8}(8+4x) - \frac{1}{4}\log(8+4x)$ $-\frac{61}{3} - \frac{1}{4}\log 2 \approx -20,51$
Integrale indefinito	$\frac{1}{32}e^{1+4x} \cdot (8x^2 - 4x + 1) + c$

**Domanda 6 (punti 3, 6\*).** Discutere la compatibilità del sistema seguente in funzione del parametro reale  $k$  e determinarne le eventuali soluzioni.

$$\begin{cases} 5x - 2y + k \cdot z = 1 \\ k \cdot x + y + 3z = -2 \\ -4x + 2y + 6z = k \end{cases}$$

Compatibilità	$k = -6; -2$ : incompatibile $k \neq -6; -2$ : sol. unica
Soluzioni	$x = \frac{-k-4}{2k+4}; y = \frac{k^3-29k-72}{2k^2+16k+24}; z = \frac{2k^2+7k+8}{2k^2+16k+24}$

**Domanda 7 (punti 4, 8\*).** Data la funzione  $z = f(x, y) = x \cdot (2x + y + 1) + y \cdot (x - 2y + 3)$ , determinare gli eventuali estremi liberi e gli estremi vincolati sotto il vincolo  $g(x, y) = 2x + 2y = 4$

Derivate parziali	$f_x = 4x + 2y + 1 \quad f_y = 2x - 4y + 3$
Estremi liberi	$S(-1/2; 1/2) \quad z = 1/2 \quad H = -20$
Estremi vincolati	$M(5/2; -1/2) \quad \lambda = 5 \quad z = 21/2$ $H = 16$

**Domande teoriche.**

- 4) Il teorema di Barrow-Torricelli con dimostrazione (punti 4)
- 5) Il teorema di Rouché-Capelli e compatibilità dei sistemi lineari (punti 3)
- 6) Definizione di derivata parziale del secondo ordine (punti 3)

Domande teoriche: 4, 5, 6 per la II parte; 2, 3, 4 per la prova completa.

Punteggi esercizi solo II parte contrassegnati con \*.